

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

8

Ediția a X-a
revizuită și adăugită

Editura Paralela 45

TESTE DE EVALUARE ÎNȚĂLĂ5

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN $\mathbb{R}$8

Lecția 1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor.....	8
Lecția 2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor.....	12
Lecția 3. Operații cu intervale de numere reale.....	17
Lecția 4. Inecuații de forma $ax + b > 0$ ($\geq, <, \leq$), $x, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$	22
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	27
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	30

CAPITOLUL II. CALCUL ALGEBRIC ÎN $\mathbb{R}$32

Lecția 5. Numere reale reprezentate prin litere. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere.....	32
Lecția 6. Înmulțirea numerelor reale reprezentate prin litere.....	37
Lecția 7. Împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere.....	41
Lecția 8. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale reprezentate prin litere.....	44
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	47
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	49
Lecția 9. Formule de calcul prescurtat.....	51
Lecția 10. Descompunerea în factori.....	57
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	63
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	65
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	67
Lecția 11. Frații algebrice.....	68
Lecția 12. Amplificarea fracțiilor algebrice.....	71
Lecția 13. Simplificarea fracțiilor algebrice.....	75
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	79
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	82

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU84

Lecția 1. Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei.....	84
Lecția 2. Determinarea planului. Relații între puncte, drepte și plane.....	88
Lecția 3. Tetraedrul și piramida.....	91
Lecția 4. Prisma.....	97
Lecția 5. Cilindrul circular drept. Conul circular drept.....	104
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	109
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	112
Lecția 6. Pozițiile relative a două drepte în spațiu. Drepte paralele.....	114
Lecția 7. Unghiul a două drepte în spațiu.....	118
Lecția 8. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan. Dreaptă paralelă cu un plan.....	122
Lecția 9. Dreaptă perpendiculară pe un plan. Distanța de la un punct la un plan.....	127

Lecția 10. Înălțimea piramidei. Apotema piramidei	132
Lecția 11. Înălțimea conului circular drept	138
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	142
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	145
Lecția 12. Pozițiile relative a două plane. Plane paralele	147
Lecția 13. Distanța dintre două plane paralele. Înălțimea prisme. Înălțimea cilindrului circular drept	152
Lecția 14. Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate	157
Lecția 15. Trunchiul de piramidă regulată	162
Lecția 16. Trunchiul de con circular drept	168
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	172
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	175
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i>	177
TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIINȚELOR	180
TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ	183
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	190

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,5p) 1. Stabiliți care dintre următoarele propoziții este adevărată:

- A. $-\sqrt{25} \in \mathbb{N}$; B. $-\sqrt{25} \in \mathbb{Z}$; C. $-\sqrt{25} \notin \mathbb{Q}$; D. $-\sqrt{25} \in \mathbb{I}$.

(0,5p) 2. Opusul numărului rațional $\frac{8}{5}$ este numărul rațional:

- A. $-\frac{8}{5}$; B. $\frac{5}{8}$; C. $\frac{8}{5}$; D. $-\frac{5}{8}$.

(0,5p) 3. Media aritmetică a numerelor naturale 3 și 6 este egală cu:

- A. 5; B. 2,5; C. 4,5; D. 7.

(0,5p) 4. Soluția ecuației $x^2 = 8$, $x \in \mathbb{R}$, este:

- A. $\{-2, 4\}$; B. $\{-3\sqrt{3}, 3\sqrt{3}\}$; C. $\{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$; D. $\{-4, 2\}$.

(0,5p) 5. Dintre numerele raționale pozitive 0,(32), 0,33, 0,3(2) și 0,32, cel mai mare este:

- A. 0,3(2); B. 0,32; C. 0,33; D. 0,(32).

(0,5p) 6. Rezultatul calculului $(2\sqrt{5}) : \sqrt{10} - \sqrt{2}$ este egal cu:

- A. 0; B. $\sqrt{2}$; C. $\sqrt{5}$; D. 3.

(0,5p) 7. În triunghiul ABC notăm cu M și N mijloacele laturilor AB , respectiv AC . Dacă $MN = 7$ cm, atunci BC este egală cu:

- A. 21 cm; B. 3,5 cm; C. 5,5 cm; D. 14 cm.

(0,5p) 8. Într-o urnă sunt 6 bile albe și 9 bile negre. Extrăgând o bilă, probabilitatea ca aceasta să fie albă este egală cu:

- A. $\frac{1}{6}$; B. $\frac{2}{5}$; C. $\frac{3}{4}$; D. $\frac{1}{9}$.

(0,5p) 9. Distanța dintre punctele $A(3; 0)$ și $B(1; 2\sqrt{3})$ exprimată în centimetri este de:

- A. $\sqrt{2}$ cm; B. 6 cm; C. 4 cm; D. $\sqrt{3}$ cm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,7p) 1. Rezolvați sistemul de ecuații $\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$, unde x și y sunt numere reale.

2. Se consideră numărul real $x = \left(\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \right) : 2, (6) - \sqrt{\frac{2}{3}}$.

(0,8p) a) Arătați că $x = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

(0,7p) b) Calculați $m_a(x; x^{-1})$.

3. Notăm cu $\mathcal{A}$ aria discului mărginit de cercul $\mathcal{C}(I, r)$ înscris în triunghiul ABC . Se știe că $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm și că $AI \cap BC = \{D\}$

(0,7p) a) Calculați $\mathcal{P}_{ABC}$. (0,8p) b) Calculați $\mathcal{A}_d$. (0,8p) c) Calculați AD .

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,5p) 1. Numărul care împărțit la 8 dă câtul 7 și restul 6 este egal cu:
A. 98; B. 56; C. 62; D. 84.
- (0,5p) 2. Rezultatul calculului $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ este egal cu:
A. $2\sqrt{2}$; B. 2; C. 4; D. $4\sqrt{2}$.
- (0,5p) 3. Mulțimea multiplilor de două cifre ai numărului natural 26 este:
A. {13, 26}; B. {26, 52, 78}; C. {36, 46, 56}; D. {26, 36}.
- (0,5p) 4. Dintre următoarele numere naturale, cele prime între ele sunt:
A. 25, 28; B. 25, 30; C. 25, 35; D. 28, 30.
- (0,5p) 5. Dintre numerele $-2\sqrt{7}$, $-3\sqrt{3}$, $-4\sqrt{2}$ și $-2\sqrt{6}$, cel mai mic este:
A. $-2\sqrt{7}$; B. $-3\sqrt{3}$; C. $-4\sqrt{2}$; D. $-2\sqrt{6}$.
- (0,5p) 6. Media geometrică a numerelor $3\sqrt{3}$ și $9\sqrt{3}$ este egală cu:
A. 6; B. $2\sqrt{3}$; C. $4\sqrt{3}$; D. 9.
- (0,5p) 7. Ortocentrul unui triunghi este punctul de concurență al:
A. bisectoarelor; B. înălțimilor; C. medianelor; D. mediatoarelor.
- (0,5p) 8. Soluția sistemului de ecuații $\begin{cases} 3x + y = -1 \\ x - y = 5 \end{cases}$, $x, y \in \mathbb{R}$, este:
A. $\{(-5; 2)\}$; B. $\{(-4; -1)\}$; C. $\{(-2; -3)\}$; D. $\{(1; -4)\}$.
- (0,5p) 9. Aria pătratului cu diagonala de 4 cm este egală cu:
A. 12 cm^2 ; B. 8 cm^2 ; C. 6 cm^2 ; D. 16 cm^2 .

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete.

- (0,7p) 1. Media aritmetică ponderată a numerelor $4\sqrt{5}$ și $7\sqrt{5}$ cu ponderile 4, respectiv n este egală cu $5\sqrt{5}$. Determinați numărul natural n .
2. Împărțind numărul natural n la numerele 12, 18 și 20, obținem resturile 7, 13, respectiv 15.
- (0,8p) a) Determinați cel mai mic număr n cu aceste proprietăți.
- (0,7p) b) Determinați cel mai mare număr n de trei cifre cu aceste proprietăți.
3. Se consideră trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 7 \text{ cm}$, $CD = 13 \text{ cm}$ și $\mathcal{A}_{ABCD} = 40 \text{ cm}^2$. Construim înălțimile AE și BF , $E, F \in CD$. $AC \cap BF = \{G\}$.
- (0,7p) a) Calculați $\mathcal{P}_{ABCD}$. (0,8p) b) Calculați $\mathcal{A}_{AEFG}$. (0,8p) c) Calculați $d(F, AD)$.

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,5p) 1. Cea mai mare fracție ordinară subunitară care are numitorul 5 este:

- A. $\frac{6}{5}$; B. $\frac{4}{5}$; C. $\frac{3}{5}$; D. $\frac{7}{5}$.

(0,5p) 2. Calculând 10% din 78 km, obținem:

- A. 7,8 km; B. 7 km; C. 8 km; D. 8,7 km.

(0,5p) 3. Cardinalul mulțimii $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < \sqrt{n} < 4\}$ este egal cu:

- A. 4; B. 5; C. 6; D. 7.

(0,5p) 4. Cel mai mic număr natural n pentru care $\sqrt{8n} \in \mathbb{N}$ este:

- A. 8; B. 4; C. 6; D. 2.

(0,5p) 5. Media geometrică a numerelor raționale pozitive 1,5 și 2,(6) este egală cu:

- A. $\sqrt{2}$; B. 3; C. 2; D. $\sqrt{3}$.

(0,5p) 6. Punctul $E(-1, 2\sqrt{6})$ este reprezentat în sistemul de axe ortogonale xOy cu $u = 1$ cm. Distanța dintre punctele O și E este egală cu:

- A. 5 cm; B. $3\sqrt{6}$ cm; C. $4\sqrt{6}$ cm; D. 6 cm.

(0,5p) 7. Raza cercului circumscris hexagonului regulat cu perimetrul de $12\sqrt{7}$ cm este egală cu:

- A. $4\sqrt{7}$; B. $3\sqrt{7}$; C. $6\sqrt{7}$; D. $2\sqrt{7}$.

(0,5p) 8. Suma numerelor reale $x = |2 + \sqrt{5}|$ și $y = |2 - \sqrt{5}|$ este egală cu:

- A. 2; B. $2\sqrt{5}$; C. $4\sqrt{2}$; D. 4.

(0,5p) 9. Lungimea cercului circumscris triunghiului echilateral cu perimetrul de $6\sqrt{3}$ cm este egală cu:

- A. $2\sqrt{3}$ cm; B. 6π cm; C. 4π cm; D. $8\sqrt{3}\pi$ cm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete.

(0,8p) 1. În sistemul de axe ortogonale xOy cu $u = 1$ cm sunt reprezentate punctele $D(3; 1)$, $E(-2; 0)$ și $F(0; -4)$. Calculați aria triunghiului DEF .

2. La un magazin alimentar s-a primit cantitatea de 300 kg de orez, ambalat în 17 saci, unii cu masa de 15 kg și alții cu masa de 20 kg.

(0,7p) a) Aflați numărul sacilor cu masa de 15 kg și numărul sacilor cu masa de 20 kg.

(0,7p) b) Câți saci cu masa de 15 kg mai trebuia să primească magazinul, astfel încât cantitatea de orez din sacii cu masa de 15 kg să fie egală cu cantitatea de orez din sacii cu masa de 20 kg?

3. În exteriorul rombului $ABCD$, cu $AC = 16$ cm și $BD = 12$ cm, se construiește pătratul $CDEF$ și notăm cu G punctul în care se intersectează dreptele AB și ED .

(0,7p) a) Calculați $\mathcal{P}_{CDEF}$. (0,8p) b) Calculați $\mathcal{A}_{ABFE}$. (0,8p) c) Calculați $\mathcal{P}_{BCDG}$.

Capitolul I

INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN $\mathbb{R}$

Lecția 1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor



Citesc și rețin

În clasa a VI-a, la capitolul „Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale” am învățat că o mulțime poate fi definită printr-o proprietate a elementelor acesteia.

Exemplu: $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 5\}$. Citim „Mulțimea A este formată din numerele naturale nenule n cu proprietatea $n < 5$ ”.



Cum se aplică?

1. Enumerați elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 35 : x\}$ și precizați cardinalul acesteia.

Soluție:

Divizorii întregi ai lui 35 sunt $\pm 1, \pm 5, \pm 7, \pm 35$, prin urmare $A = \{-35, -7, -5, -1, 1, 5, 7, 35\}$ și $\text{card } A = 8$.

2. Scrieți mulțimea $P = \{2, 3, 5, 7\}$, folosind o proprietate a elementelor acesteia.

Soluție:

Observăm că elementele mulțimii P sunt numerele naturale prime de o cifră, prin urmare mulțimea P se scrie $P = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ este număr prim de o cifră}\}$.

3. Se consideră mulțimile $E = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^n < 5^2\}$ și $F = \{a \mid \overline{6a2} : 3\}$. Efectuați:

a) $E \cup F$;

b) $E \cap F$;

c) $E \setminus F$;

d) $F \setminus E$.

Soluție:

Mai întâi enumerăm elementele mulțimilor E și F . Elementele mulțimii E îndeplinesc condiția $2^n < 5^2$ sau $2^n < 25$, prin urmare $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Elementele mulțimii F îndeplinesc condiția $\overline{6a2} : 3$, deci $3 \mid 6 + a + 2$ sau $3 \mid 8 + a$, de unde rezultă că $F = \{1, 4, 7\}$; a) $E \cup F = \{0, 1, 2, 3, 4, 7\}$; b) $E \cap F = \{1, 4\}$; c) $E \setminus F = \{0, 2, 3\}$; d) $F \setminus E = \{7\}$.

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Enumerați elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 4\} = \dots\dots\dots$; b) $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 7\} = \dots\dots\dots$;

c) $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n < 3\} = \dots\dots\dots$; d) $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq n \leq 5\} = \dots\dots\dots$.

2. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a) $A = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „geometria”}\} = \dots\dots\dots$;

b) $B = \{y \mid y \text{ este cifră a numărului „701233048”}\} = \dots\dots\dots$.

3. Enumerați elementele mulțimii:

a) $E = \{m \mid m \text{ este un număr prim de o cifră}\} = \dots\dots\dots$;

b) $F = \{n \mid n \text{ este un număr compus de o cifră}\} = \dots\dots\dots$.

4. Enumerați elementele următoarei mulțimi și precizați cardinalul acesteia:

$A = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} \text{ este pătrat perfect, } a \neq 0\} = \dots\dots\dots$.

5. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a) $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\} = \dots\dots\dots$;

b) $F = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| < 4\} = \dots\dots\dots$.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Enumerați elementele mulțimii $E = \{n \mid 3 < \sqrt{n} < 4, n \in \mathbb{N}\}$ și precizați cardinalul acesteia.

7. Se consideră mulțimile $A = \{m \in \mathbb{N} \mid 1 \leq m < 4\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 3\}$. Efectuați:

a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$; e) $A \times B$; f) $B \times A$.

8. Se consideră mulțimile $C = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{4}{x} \in \mathbb{N}\right\}$ și $D = \left\{y \in \mathbb{N} \mid \frac{6}{y} \in \mathbb{N}\right\}$. Efectuați:

a) $C \cup D$; b) $C \cap D$; c) $C \setminus D$; d) $D \setminus C$.

9. Se dau mulțimile $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^{n+4} < 8^3\}$ și $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 3^{n+1} < 9^3\}$. Arătați că $C = D$.

10. Se consideră mulțimea $A = \{\overline{ab} \mid a, b \text{ și } \overline{ab} \text{ sunt numere prime}\}$. Determinați cardinalul mulțimii A .

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Enumerați elementele mulțimii $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} = 7(a + b), a \neq 0\}$ și precizați numărul de submulțimi ale acesteia.

12. Suma elementelor mulțimii $A = \{f \mid f \text{ este fracție subunitară cu numitorul } n, \text{ și numărătorul număr natural } n \in \mathbb{N}^*, \}$ este egală cu 11. Determinați card A .

13. Se consideră mulțimile $E = \{a \mid a = 2x^2 + 9, x \in \mathbb{Z}\}$ și $F = \{b \mid b = 3x^2 - 7, x \in \mathbb{Z}\}$. Determinați mulțimea $G = \{x \mid E \times F = F \times E, x \in \mathbb{Z}\}$.

14. Enumerați elementele mulțimii:

a) $E = \left\{a \in \mathbb{N} \mid \frac{14}{2a+1} \in \mathbb{N}\right\};$

b) $F = \left\{b \in \mathbb{N} \mid \frac{28}{3b-1} \in \mathbb{N}\right\}.$

15. Se consideră mulțimile $E = \{\overline{ab}, a \neq 0 \mid (\overline{ab}; 60) = 15\}$ și $F = \{\overline{cd}, c \neq 0 \mid (75; \overline{cd}) = 15\}$. Efectuați:

a) $E \cup F;$

b) $E \cap F;$

c) $E \setminus F;$

d) $F \setminus E.$

16. Se consideră mulțimile $A = \{\overline{xy}, x \neq 0 \mid [\overline{xy}; 48] = 144\}$ și $B = \{\overline{zt}, z \neq 0 \mid [60; \overline{zt}] = 180\}$. Efectuați:

a) $A \cup B;$

b) $A \cap B;$

c) $A \setminus B;$

d) $B \setminus A.$

17. Se dau mulțimile $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 5^n < 2^{n+3}\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 5^n < 3^{n+1}\}$. Arătați că $A = B$.

18. Se consideră mulțimile $A = \{3x - 2, x + 5, 5x + 4\}$ și $B = \{3x - 1, x + 4, 4x + 7\}$. Determinați numărul natural $x, x \geq 1$, pentru care $A = B$.

19. Efectuați $A \cap B$, știind că $A = \{a \mid a = 2^n + 3^{n+1}, n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{b \mid b = 2^{n+2} + 3^n, n \in \mathbb{N}\}$.

20. Se consideră mulțimile $E = \{a \mid a = 5n - 1, n \in \mathbb{N}^*\}$ și $F = \{b \mid b = n^2 + 1, n \in \mathbb{N}\}$. Arătați că $E \cap F = \emptyset$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

21. Determinați elementele mulțimii:

a) $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{5x-3}{x+2} \in \mathbb{Z}\right\};$

b) $B = \left\{y \in \mathbb{Z} \mid \frac{4y+1}{y-4} \in \mathbb{Z}\right\}.$

22. Se consideră mulțimile $E = \{3^{3n-2}, 9^{n+2}, 27^{n+1}\}$ și $F = \{3^{4n-1}, 9^{n+1}, 81^{n-1}\}$, unde $n \in \mathbb{N}$ și $n \geq 1$. Determinați numărul natural n pentru care $E = F$.

23. Se dă mulțimea $A = \left\{\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}, a \neq 0, b \neq 0 \mid \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{4}{7}\right\}$. Câte submulțimi are mulțimea A ?

24. Arătați că $A = B$, știind că $A = \{a, b, c\}$ și $B = \{x, y, z\}$, unde a, b, c, x, y, z sunt numere prime care verifică condițiile: $a + x = b + y = c + z$ și $a + b + c + x + y + z = \overline{a0}$.

25. Se consideră mulțimile $A = \{a \mid a = 3p + 1, p \in \mathbb{N}\}$, $B = \{b \mid b = 5q + 3, q \in \mathbb{N}\}$ și $C = \{c \mid c = 15t + 13, t \in \mathbb{N}\}$. Efectuați $C \setminus (A \cap B)$.

26. Efectuați $A \setminus B$, știind că:

$$A = \left\{a \mid a = \frac{2x-1}{x}, x \in \mathbb{Z}^*\right\} \text{ și } B = \left\{b \mid b = \frac{2y+1}{y}, y \in \mathbb{Z}^*\right\}.$$

27. Efectuați $A \cap B$, știind că:

$$A = \left\{ a \mid a = \frac{2x-1}{y}, x, y \in \mathbb{Q}^*, x \neq -y \right\} \text{ și } B = \left\{ b \mid b = \frac{2y+1}{x}, x, y \in \mathbb{Q}^*, x \neq -y \right\}.$$

28. Se consideră mulțimea $E = \left\{ (a; b) \mid \frac{a-1}{2a} = \frac{b+1}{3b}, a, b \in \mathbb{N}^* \right\}$. Enumerați elementele mulțimii E .

29. Se consideră mulțimea $E = \left\{ \frac{103}{4}, \frac{104}{5}, \frac{105}{6}, \dots, \frac{203}{104} \right\}$. Enumerați elementele mulțimii $F = \left\{ \frac{a}{b} \mid \frac{a}{b} \in E \text{ și } \frac{a}{b} \in \mathbb{N} \right\}$.

30. Se consideră mulțimile $E = \{2a + 2, b + 3, 3b + 1\}$ și $F = \{2a + 1, b + 4, 2a + 3\}$. Determinați numerele naturale a și b pentru care $\text{card}(E \cup F) = \text{card}(E \cap F)$.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

31. Determinați mulțimea $A = \left\{ \overline{abcd} \mid \sqrt{\overline{abcd}} + \sqrt{\overline{bcd}} + \sqrt{\overline{cd}} = 105, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0 \right\}$.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 7/2007)

32. Dacă n este un număr natural, $n > 1$, arătați că oricum am distribui elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, \dots, n^2\}$ în submulțimi cu câte n elemente, disjuncte două câte două, există cel puțin o astfel de submulțime care are produsul elementelor divizibil cu $(n-1)^2$.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 9/2022)



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a) $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m < 6\}$;

b) $B = \{n \in \mathbb{Z}^* \mid |n| \leq 4\}$.

(3p) 2. Se consideră mulțimile $E = \{x \mid \overline{71x} : 4\}$ și $F = \{y \mid \overline{8y5} : 3\}$. Efectuați:

a) $E \cup F$; b) $E \cap F$; c) $E \setminus F$; d) $F \setminus E$; e) $E \times F$; f) $F \times E$.

(3p) 3. Se consideră mulțimea $A = \{n \mid 3^n < 2^{n+2}, n \in \mathbb{N}\}$. Câte submulțimi are mulțimea A ?